QUIZZ ACCèS
Test 3.

Sous-test 1. Raisonnement logique (3 QCM)
Sous-test 2. Raisonnement mathématique (6 QCM)
Sous-test 3. Problème mathématique (1 QCM)

Sous-test 1. Raisonnement logique (3 QCM)

Q1. Si l'on considère vraie l'hypothèse « pour réussir en finance, il faut être bon en maths », on peut conclure que :

A. Tous ceux qui ne réussissent pas en finance ne sont pas bons en maths.
B. Tous ceux qui sont bons en maths réussissent en finance.
C. Tous ceux qui réussissent en finance sont bons en maths.
D. Ceux qui ne sont pas bons en maths ne peuvent pas réussir en finance.

Réponse : VVFF

Simplifions en notant les propositions P « être bon en maths « et Q « réussir en finance ». L'énoncé indique que P => Q, B en est la traduction, donc B est vraie.

Si cela est vrai alors non Q => non P l'est aussi, soit A est vraie.

C est fausse car la réciproque de P => Q, soit Q => P n'est pas nécessairement vraie.

D est fausse car on ne peut certifier que non P => non Q.

Q2. Augustin et Jules s'entraînent pour les Jeux Olympiques de 2020 à Tokyo. Ils participent à l'épreuve d'athlétisme, et courent le 100 m. Lors du premier entraînement, c'est Augustin qui l'emporte avec 5 mètres d'avance sur Jules. Alors, pour équilibrer le deuxième entrainement Augustin se place 5 mètres plus loin derrière la ligne de départ. Que peut-on en conclure ?

A. Augustin gagne la course.
B. Ils franchissent la ligne d'arrivée en même temps.
C. Jules franchit la ligne d'arrivée avant Augustin.
D. Il n'y a pas suffisamment d'informations pour conclure sur le résultat de la course.

Réponse : VFFF

On constate que si on répond à la 1ère question, on aura répondu à toutes, la difficulté tient au calcul du temps mis. En effet il faut comparer le temps mis par Jules pour faire 100 m (pas de pénalité de distance) et celui mis par Augustin pour faire 105 m (pénalité de 5 m).

Soit V(A) et V(J) les vitesses respectives d'Augustin et Jules. Alors à la 1ère course V(A) = 100/ t et V(J) = 95/t. A la 2ème course les temps sont 100/V(J) et 105/V(A) ou 100/95/t soit 100/95. T et 100/V(A) ou 105/100/t soit 105/100.t. On constate que t(A) < t(J), Augustin arrive le 1er malgré la pénalité donc seule A estvraie.

Q3. Mathilde constitue l'arbre généalogique de sa famille : son père avait deux oncles et une tante : Ango, Bamba et Coralie qui ont eu six enfants : Tom, Paul, Garry, Philibert, Magalie et Natacha. Bamba a eu la famille la plus nombreuse. Magalie est enfant unique. Garry et Philibert ont qu'un frère et pas de sœur. Natacha est la sœur de Tom, elle est plus âgée que lui. Ango n'a pas eu de fille.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Coralie est la mère de Magalie.
B. Garry et Tom sont frères.
C. Bamba a plus de fils qu'Ango.
D. Natacha est l'ainée des enfants de Bamba.

Réponse : VFFF.

A est vraie. Ango n'a pas eu de fille donc Magalie n'est pas un enfant d'Ango. Bamba a eu la famille la plus nombreuse et Magalie était fille unique, donc Coralie est la mère de Magalie.

B est fausse. Puisque Garry et Philibert n'ont qu'un frère et pas de soeur, s'ils n'étaient pas frères l'un serait le fils d'Ango et l'autre de Bamba (Magalie est fille unique). Mais Garry et Philibert n'ont pas de soeur, Natacha serait alors la fille de qui ? Donc Garry et Philibert sont frères.

C est fausse. Les enfants de Bamba sont Natacha, Paul et Tom. Bamba a deux fils comme Ango.

D est fausse. On ne sait pas si Natacha est plus âgée que Paul ou pas on peut conclure.

Q4. Soit f la fonction définie sur $]5;+\infty[$, par $f(x) = -3.x + 1 - \frac{8}{x-5}$ et (C) sa courbe représentative.

A. $f(x) = -3.x + 1 - \frac{3x^2-16x+13}{5-x}$
B. $f(x) = -3 - \frac{8}{(x-5)^2}$
C. La droite d'équation $y = -3.x+1$ est asymptote à la courbe (C)
D. Une primitive de f est $F(x) = -\frac{3}{2}.x^2 + x - 8.\ln(x-5)$

Réponse : FFVV.

Les questions A et B sont un jeu d'écriture sur f, il suffira de vérifier par le calcul. La question C est un calcul de limite en l'infini. Pour la D il suffira de dériver l'expression de F.

C est vraie, calculer $\lim f(x)_{x\to+\infty} - (-3.x+1) = \lim f(x)_{x\to+\infty}(-\frac{8}{x-5}) = 0$ donc $y = -3.x + 1$ est asymptote à la courbe (C).

F se réécrit selon $f(x) = \frac{(-3.x+1).(x-5)-8}{x-5}$ ou $f(x) = \frac{-3.x^2+16.x-13}{x-5}$ donc A et B sont fausses.

En dérivant $F(x) = -\frac{3}{2}.x^2 + x - 8.\ln(x-5)$ on obtient bien f donc F est une primitive de f et D est vraie.

Q5. Aline, Bamba et Chen ont au total 60 miniatures (voitures, camions ou avions). On remarque que :

- **2/3 des véhicules sont des voitures ;**
- **le nombre de camions est 50 % supérieur au nombre d'avions ;**
- **Bamba et Chen ont 42 véhicules ;**
- **Aline et Chen ont 50 % des camions ;**
- **Aline a 3 voitures de plus que Bamba et 2 de plus que Chen ;**
- **Bamba a un avion de moins que de camions ;**
- **un des trois n'a pas d'avion ;**
- **ils ont tous des camions.**

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Bamba a le plus de véhicules.
B. Chen a 20 % des camions.
C. Chen n'a pas d'avions.
D. Aline a 3 camions.

Réponse : FFFV.

Aidons nous d'un tableau pour déterminer ce qui est connu et ce qui est à calculer afin de pouvoir répondre ensuite à toutes les questions.

Prénom/miniatures	Voiture	Camion	Avion	Total
Aline	A	?	?	C
Bamba	A - 3	B	B -1	D
Chen	A - 2	?	?	42 - D
Total	40	1,5.E	E	60

Calculons A, C et E, car 40 + 1,5.E + E = 60 ou 2,5.E = 20 ou E = 8 et A + A - 3 + A - 2 = 40 ou 3.A = 45 donc A =15. De plus C + D + 42 - D = 60 donc C =18. Or Aline et Chen possèdent 50 % des camions, Bamba en a donc les 50 % restant soit 6 (et alors 12 + 6 + 5 = D d'où D = 17), ce qui permet de compléter en :

Prénom/miniatures	Voiture	Camion	Avion	Total
Aline	15	?	?	18
Bamba	12	6	5	17
Chen	13	?	?	25
Total	40	12	8	60

Dès lors, on peut répondre à l'ensemble des questions. Bamba a 17 véhicules, soit pas le plus grand nombre donc A est fausse.

Chen ne peut avoir 20 % des camions ce qui ferait 0,2.12 ou 2,4 camions donc B est fausse.

Supposons que Chen n'ait pas d'avions alors Aline en a trois et il n'a pas de camion (ce qui contredit 'Aline et Chen ont 50 % des camions') donc Chen a des avions et C est fausse.

Aline a 3 camions est vraie car alors Chen en a 3 aussi pour constituer à eux deux 50 % des camions donc D est vraie.

Q6. On considère les fonctions f et g définies pour tout x réel par f (x) = 4.x et g(x) = 0,25.e^x. Soit f ' et g' leurs dérivées respectives. Alors :

A. $\lim f(x)_{x\to+\infty} = +\infty$
B. $\lim g(x)_{x\to-\infty} = +\infty$
C. Pour tout réel x, g(x) - f (-x) = 0
D. Pour tout réel x, g '(x) - f '(-x) = 0

Réponse : VFFF.

A est vraie puisque $\lim(4.x)_{x\to+\infty} = +\infty$.

B est fausse car $\lim g(x)_{x\to-\infty} = \lim(0{,}25.e^x)_{x\to-\infty} = 0$.

C est fausse car g(x) - f(-x) vaut 0,25.$e^x + 4.x$ et n'est pas nulle pour tout réel x.

D est fausse car g'(x) – f'(-x) vaut 0,25.$e^x - 4$ et n'est pas nulle pour tout réel x.

Q7. **On considère la fonction f définie sur l'intervalle I =]-2;2[par f(x) = $\frac{1+x}{2+x}$, (C) la courbe représentative de f dans et (D) la droite d'équation y = x , et la suite définie par U_0= -1 et la relation de récurrence $U_{n+1} = \frac{1+Un}{2+Un}$.**

A. L'équation $x^2 + x - 1 = 0$ a au moins une solution dans l'intervalle I.
B. La droite (D) et la courbe (C) ont au moins un point commun.
C. La suite (U_n) est majorée par 1.
D. La suite (U_n) est croissante.

Réponse : VVVF.

A est vraie puisque $x^2 + x - 1 = 0$ équivaut à $(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4} = 0$ ou $(x + \frac{1}{2})^2 - (\frac{\sqrt{5}}{2})^2 = 0$ ou encore $(x + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}).\left(x + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right) = 0$ soit les racines $x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ et $x_2 = -(\frac{\sqrt{5}+1}{2})$. Or $\sqrt{5} = 2{,}25$ d'où $x_1 = 0{,}625$ et $x_2 = -1{,}625$, les deux appartiennent à I =]-2;2[.

Cherchons (c) ⋂ (D), Si M(x, y) appartient à (C) et à (D) alors $\frac{1+x}{2+x} = x$ ou 1 + x = x.(2 + x) soit $x^2 + x - 1 = 0$, dont on a calculé les deux solutions donc B est vraie.

Puisque U_0= -1 et $U_{n+1} = \frac{1+Un}{2+Un}$, on en déduit U_1= 0, U_2= 0,5 et U_3=0,6 etc. Montrons que pour n > 0, $U_n > 0$. Cela est vrai pour n = 1,2, 3 comme calculé supra. Supposons ($U_n > 0$) alors $U_{n+1} > 0$ puisque valant $\frac{1+Un}{2+Un}$. On a démontré (P_n) : pour n > 0, $U_n > 0$.
Par récurrence on montre aussi que (U_n) est majorée par 1 ou pour tout n, $U_n < 1$. Cela est vrai pour n = 1,2, 3 comme calculé supra. Supposons $U_n < 1$, que dire de U_{n+1} ? On aura $\frac{1+Un}{2+Un} < \frac{1+1}{2+Un}$ ou $U_{n+1} < \frac{2}{2+Un}$, or pour n > 0, $U_n > 0$ donc $U_{n+1} < \frac{2}{2+Un} < 1$ et C est vraie.

La suite (U_n) est-elle croissante ? Calculons $U_{n+1} - U_n = d_n$ ou $d_n = \frac{1+Un}{2+Un}$ - U_n ou encore $d_n = \frac{-(Un^2+Un \quad +1)}{2+Un}$, quantité – ou + selon que U_n dans [0, 0,625] ou [0,625, 1] donc D est fausse.

Q8. **Une urne contient 15 boules identiques de couleur noire, blanche ou rouge. Il y a au moins deux boules de chaque couleur dans l'urne. On tire au hasard et simultanément 2 boules de l'urne et on note leur couleur. On appelle G l 'événement 'obtenir deux boules de même couleur'. On suppose que l'urne contient 3 boules noires et 7 boules blanches.**

A. Il y a 4 façons de choisir deux noires.
B. Il y a 10 façons de choisir deux rouges.
C. Il y a 21 façons de choisir deux blanches.
D. La probabilité de G est $\frac{34}{105}$.

Réponse : FVVV.

Les trois premières questions aident à résoudre la 4ème. L'urne contient 15 boules de couleur noire, blanche ou rouge avec 3 boules noires et 7 boules blanches. Il y a donc 5 boules rouges. Le nombre de manière de choisir 2 noires parmi les 3 noires est C_3^2 ou $\frac{3\,!}{2!.(3-2)!}$ Soit $\frac{1.2.3}{1.2.1}$ ou 3 donc A est fausse.

Le nombre de manière de choisir 2 rouges parmi les 5 rouges est C_5^2 ou $\frac{5\,!}{2!.(5-2)!}$ ou $\frac{5\,!}{2!.(3)!}$ soit $\frac{1.2.3.4.5}{1.2.1.2.3}$ ou 10 donc B est vraie.

Le nombre de manière de choisir 2 blanches parmi les 7 blanches est C_7^2 ou $\frac{7\,!}{2!.(7-2)!}$ ou $\frac{7\,!}{2!.(5)!}$ soit $\frac{1.2.3.4.5.6.7}{1.2.1.2.3.4.5}$ ou 21 donc C est vraie.

La probabilité de l'évènement G : 'obtenir deux boules de même couleur' est $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$ or le nombre de cas possibles est de tirer 2 boules de même couleur parmi 15 soit C_{15}^2 ou $\frac{15!}{2!.(13)!}$ ou $\frac{1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15}{1.2.(1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13)}$ soit 7.15 ou 105 donc $p(G) = \frac{3+10+21}{105}$. Soit $p(G) = \frac{34}{105}$ et D est vraie.

Q9. Soit les fonctions f et g définies pour tout x réel par f (x) = 2.(1+ x²) et g(x) = ln(x + 1+ x²) + x.(1+ x²).

A. La fonction g est impaire.
B. La fonction f est croissante.
C. La fonction g est une primitive de la fonction f.
D. La courbe représentative de f admet un centre de symétrie.

Réponse : FFFF.

A est fausse car g(-x) = ln(-x + 1+ x²) - x.(1+ x²) # -ln(x + 1+ x²) - x.(1+ x²).

B est fausse car f'(x) = [2.(1+ x²)]' = 4.x or 4.x > 0 pour x > 0 et non sur tout R.

La dérivée de g est g'(x) = [ln(x + 1 + x^2) + x.(1+ x^2)]' = $\frac{2.x+1}{x+1+x^2}$ + 1 + x^2 + 2.x^2 ou

g'(x) = $\frac{2.x+1}{x+1+x^2}$ + 1 + 3.x^2, sans rapport avec f (x) = 2.(1+ x^2) donc C est fausse.

On constate que f (-x) = 2.(1+ $(-x)^2$) = 2.(1+ x^2) = f(x), donc f est paire. Elle est ainsi symétrique par rapport à Oy mais n'a pas de centre de symétrie contrairement à une fonction impaire donc le centre de symétrie est le point origine O donc D est fausse.

Sous-test 3. Problème mathématique (1 QCM)

Q10. **Une société de sondage enquête sur la satisfaction d'utilisateurs d'une nouvelle machine à laver. Les enquêteurs font du porte à porte et disposent chacun d'une liste de 250 personnes. Les visites s'effectuent entre 11h et 13h (matin), puis entre 17h et 19h (soir). Lors du passage du matin, la probabilité pour que la personne sondée soit absente est de 0,4. Si celle-ci est présente, la probabilité pour qu'elle accepte de répondre au sondage est de 0,2. En cas de refus, le sondeur peut repasser à un même domicile au plus 2 fois. Au 2ème passage, la probabilité que la personne, si elle est présente, accepte de répondre est divisée par 2. Lors du passage du soir, les sondeurs ont 0,7 fois plus de chance de trouver quelqu'un au domicile, mais la probabilité pour que la personne réponde au sondage est la même que lors du passage du matin.**

Suite aux résultats des salariés A, B et C au mois n, le chef d'entreprise décide d'accorder une prime de 400 €. Au mois n+1, les salariés ayant reçu une prime au mois n, ont 60% de chance de la percevoir de nouveau. S'ils doublent leur performance, chose qui arrive une fois sur 1000, la prime est doublée. Les autres ont 30% de chance de percevoir la prime.

A. La probabilité pour que les salariés A, B et C doublent leur prime au mois n+1 est de 61/100 000.
B. La probabilité pour qu'un salarié n'ayant pas reçu de prime au mois n, double sa prime au mois n+2 est de 0,00012.
C. La probabilité pour que les salariés A, B et C doublent leur prime au mois n+1 est de 6/10 000.
D. La probabilité pour qu'un salarié n'ayant pas reçu de prime au mois n, double sa prime au mois n+1 est de 0,0003.

Réponse : FFVF.

Remarquer que la D est évidente et qu'il est possible de répondre aux questions A et C en même temps. En effet, un salarié n'ayant pas reçu de prime au mois n, ne peut pas la doubler au mois n+1. La D est donc fausse.

Ensuite la probabilité pour que les salariés A, B et C, doublent leur prime au mois n+1 est la probabilité de percevoir la prime au mois n+1 x probabilité de doubler la performance du mois n soit 0,60 x 1/1000 ou 6/10 000 ou 0,0006. La C est donc correcte mais la A est fausse.

Pour la question B, la probabilité pour qu'un salarié n'ayant pas reçu de prime au mois n, double sa prime au mois n+2 est probabilité de recevoir une prime au mois n+1 x probabilité de recevoir une prime au mois n+2 x probabilité de doubler la performance du mois n+1 soit 0,30 x 0,60 x 1/1000 ou 0,00018. Donc la B est fausse. Fin