QUIZZ ACCèS
Test 1.

Sous-test 1. Raisonnement logique (3 QCM)
Sous-test 2. Raisonnement mathématique (6 QCM)
Sous-test 3. Problème mathématique (1 QCM)

Sous-test 1. Raisonnement logique (3 QCM)

Q1. Dans le cadre d'un projet de marketing, une étude a été réalisée dans une boutique sur le choix des couleurs portées par les clientes du magasin. On constate que :

- 85% des clientes ont choisi d'associer à leur tenue, un chapeau noir.
- 25% des clientes ne portent pas de pantalon noir
- 70% des clientes portent une chemise noire
- 15% des clientes ne portent pas de manteau noir.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. 90% des clientes de ce magasin ne sont pas habillés en noir uniquement.
B. Au moins 15% des clientes ne portent que des vêtements noirs.
C. 10% des clientes ne portent que des vêtements noirs.
D. ¼ des clientes de cet enseigne portent au plus 2 couleurs différentes.

Réponse : FVFF
Noter que si A est vraie, C l'est aussi et B est fausse. Selon l'énoncé, 30% n'ont pas de chemise noire, 25% n'ont pas de pantalon noir, 15% n'ont pas de chapeau noir et 15% n'ont pas de manteau noir. Donc 85% des clientes ne sont pas complètement habillées en noir et B est vraie donc A et C sont fausses. Et D est fausse.

Q2. Les étudiants ont accès à un distributeur automatique via un code secret qui varie entre 0000 et 9999. Après 3 essais si aucun des codes n'est correct, la carte est bloquée. On estime à 1/10000 la proportion d'étudiant susceptible de tenter leur chance avec une carte étudiante trouvée. Océane ne se souvient plus si son code est 1999, 9199, 9991 ou 9919. Thibaut, ne se souvient plus du tout de son code et Maxime a égaré sa carte.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. La probabilité que Maxime se voit facturé injustement à la fin du mois est de 1/10000.
B. La probabilité que Océane entre un code correct au 2ème essai est de ¼ .
C. La probabilité que Thibaut réussisse à acheter son goûter est de 3/10000.
D. La probabilité que Maxime se voit facturé injustement à la fin du mois est de 3/10000.

Réponse : FVVF
Faites un arbre de probabilité à trois développement puisqu'il y a 3 essais possibles.

B est juste. Au 1er essai, il y a 4 codes possibles pour Océane, 1/4 d'entrer le bon et 3/4 de se tromper. Au second essai il reste 3 codes, 1/3 d'entrer le bon et 2/3 de se tromper donc la probabilité d'entrer le bon code est 3/4 x 1/3 = 1/4.

La A et la D sont fausses. Il faudrait qu'un étudiant entre le bon code après avoir trouvé la carte soit 1/10000 x ¼ x 1/3 x ½ soit 1/240000.

La C est vraie. Pour obtenir un produit, l'étudiant doit entrer le bon code du 1er, 2ème ou 3ème coup soit 1/10000 + 1/10000 + 1/10000 ou 3/10000.

Q3. Un détaillant a acheté chez son grossiste 40 produits pour un total de 100 € : des boites de confiseries, des biscuits aux amandes, et des tablettes de chocolat. A l'unité, les boites de confiseries coûtent 12 €, les tablettes de chocolat 4 €, et les biscuits coûtent 1 €.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Il a trois fois plus de boites de confiseries que de tablettes de chocolat.
B. Il a acheté cinq fois plus de tablettes de chocolat que de biscuits.
C. En achetant 3 produits de moins, il aurait pu économiser jusqu'à 40 euros.
D. Il a acheté plus de biscuits que de boîtes de confiseries.

Réponse : FFVV
On peut traiter soit en faisant des hypothèses soit en analysant rapidement un système d'équation, ce que nous privilégions. En effet il y a plus d'inconnues que d'équation possibles puisque la question se traduit par (c = nombre de boîtes de confiserie, b de biscuit et t de chocolat) :

(1) $c + b + t = 40$
(2) $12.c + b + 4.t = 100$.

Mais c, b et t sont des entiers. Trouvons rapidement comment répondre. Eliminons b, par la différence entre (2) et (1) qui conduit à $11.c + 3.t = 60$ ou $t = (60 – 11.c)/3$, comme $t > 0$, c ne peut prendre que les valeurs 1, 2, 3, 4 ou 5. Comme t est aussi un entier, c vaut nécessairement 3, alors $t = 9$ et on déduit de (1) que $b = 40 – 3 – 9 = 28$ soit le trio
$(c, b, t) = (3, 28, 9)$.

On peut alors répondre directement à A, B et D. C parait plus complexe, il suffit en fait de constater qu'il existe des combinaisons des quantités (3, 28, 9) qui font économiser minimum 40 €, par exemple ne pas acheter une boîte de chaque soit une économie de 3 + 28 + 9 = 40 €.

Sous-test 2. Raisonnement mathématique (6 QCM)

Q4. **Dans une entreprise, dix salariés doivent traiter 12 dossiers différents. Pour se les répartir, ils tirent au hasard, successivement, et sans remise, un dossier parmi ceux proposés. Le salarié N ne souhaite pas traiter 3 dossiers parmi les 12. On note y le numéro de passage de N, et p la probabilité que N tire l'un des dossiers qu'il ne souhaite pas avoir.**

A. y et p sont indépendants
B. Si y = 3, alors p=1/4.
C. Si y = 3, alors p= 1/6.
D. Si y = 3, alors p = 1/3.

Réponses : VVFF
En construisant un arbre de probabilité et en le complétant on calcule que y et p sont indépendants et que p = ¼ donc A et B sont vrais, de fait C et D son fausses.

En effet si N passe en 1er, la probabilité qu'il tire l'un des dossiers qu'il ne souhaite pas avoir est de 3/12 soit ¼. Si N passe en second, la probabilité qu'il tire l'un des dossiers qu'il ne souhaite pas avoir parmi les 11 restants est celle de tomber sur un dossier non souhaité après qu'un de ses collègues ait tiré un dossier souhaité ou non souhaité (voir l'arbre) donc de 2/11 x ¼ + 3/11 x ¾ ou encore ¼ etc.

Q5. **Suite à plainte d'un sous-traitant, une entreprise de textile contrôle la qualité de toute sa collection de cachemire. Chaque pièce est alors soumise à deux examens, d'une part, la coupe est contrôlée afin de détecter tout défaut de finition, et d'autre part, le tissu est examiné, chaque pièce devant être constituée d'au moins 60% de cachemire. Suite à ces vérifications, il apparait que :**

- Parmi les pièces sans aucun défaut de finition, 95% réussissent l'examen du tissu.
- 92% des pièces de la collection ne présentent aucun défaut de finition.
- 2% des pièces de la collection ne réussissent aucun contrôle

On prend au hasard une pièce de la collection de cachemire. Soit C l'événement : « la pièce ne réussit **pas** l'examen de la coupe » et T : « la pièce ne réussit **pas** le test du tissu ».

A. P(T) = 8/100.
B. P(C) = 5/100.
C. $P_T(C)$= 2/10.
D. $P_C(T)$ = ¼

Note : $P_T(C)$ se lit 'probabilité de C sachant T'.

Réponse : FFFV
Rappel. P(C U T) = P(C) + P(T) – P(C ∩ T), ici P(C ∩ T) = 0,02, une fois l'arbre de probabilité dressé.

Q6. **Soit m un élément de R. L'équation d'inconnue x est notée (E):**

$$e^{-2x} - 2.m.e^{x} + 1 = 0$$

A. L'équation admet deux solutions distinctes pour tout m appartenant à R.
B. Pour m<-1, l'équation admet deux solutions positives.
C. Pour m>1, l'équation admet deux solutions distinctes.
D. L'équation n'admet aucune solution pour tout m appartenant à R.

Réponse : FFVF
La discussion tourne autour du signe du discriminant d'une équation du second degré.
Pour cela il faut opérer un changement de variable en posant X = e^x . On obtient alors
(E) $1/e^{2x} - 2.m.e^{x} + 1 = 0$ ou 1/X² -2.m.X + 1 = 0 ou
(E) 2.m.X² - X – 1 = 0
De discriminant D = 1 + 8.m soit

- Pas de solutions si 1 + 8.m < 0 ou m < -1/8 ;
- 2 solutions distinctes si 1 + 8.m > 0 ou m > -1/8 ;
- Une solution double (ou deux solutions identiques) si m = -1/8.

On en déduit que A est fausse, C est vraie, B est fausse. D est fausse.

Q7. La fonction f est définie sur par f(x)= $a + b.x.e^{-x}$ où a et b sont 2 nombres réels. La courbe représentative de f passe par le point de coordonnées (0 ; 1). En ce point, la tangente à la courbe est de pente 1.

A. f'(x) = b.(1 + x)e^{-x}
B. a = b = 1
C. f admet un maximum qui vaut 1 + e.

D. L'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée α, avec $-1 < \alpha < 1$.

Réponse : FVFV
Les réponses se ramènent à des calculs de dérivées puis de tangentes à une courbe.
La dérivée de f (qui existe comme somme et produits de fonctions dérivables sur R), vaut
$f'(x) = (a + b.x.e^{-x})' = 0 + b.e^{-x} - b.x.e^{-x} = b.(1 - x).e^{-x}$ donc A est fausse.

On sait que $f(0) = 1$ et $f'(0) = 1$ (pente de la tangente à la courbe en x = 0) donc
a= 1 et b = 1 en remplaçant dans f(x) et f'(x) donc B est vraie et l'expression de f(x) devient
$f(x) = 1 + x.e^{-x}$.

Il existe un extremum pour $f'(x) = 0$ ou $b.(1 - x).e^{-x}$ soit $1 - x = 0$ donc $x = 1$ dans ce cas
$f(x) = 1 + x.e^{-x}$ et $f(1) = 1 + 1.e^{-1} = 1 + 1/e$ donc C est fausse.

L'équation $f(x) = 0$ amène à $f(x) = 1 + x.e^{-x} = 0$ ou $(e^x + x)/\ e^x$ soit $e^x + x = 0$. Appelons
$a(x) = e^x + x$, on obtient le résultat en lui appliquant le théorème des valeurs
intermédiaires sur I = [-1 ; 1] car $a'(x) = e^x + 1 > 0$ donc a est croissante sur I. De plus
$a(-1) = 1/e - 1 < 0$ et $a(1) = e + 1 > 0$, il existe bien une solution sur [-1 ; 1] mais ni -1
ni 1 n'étant solution, il existe une solution sur]-1 ; 1[donc D est vraie.

Q8. On considère les fonctions f et g définies pour tout x réel par $f(x) = 4.x$ et $g(x) = 0{,}25.e^x$.
Soit f ' et g' leurs dérivées respectives. Alors :

A. $\lim f(x)_{x\to+\infty} = +\infty$
B. $\lim g(x)_{x\to-\infty} = +\infty$
C. Pour tout réel x, $g(x) - f(-x) = 0$
D. Pour tout réel x, $g'(x) - f'(-x) = 0$

Réponse : VFFF.
A est vraie puisque $\lim(4.x)_{x\to+\infty} = +\infty$.
B est fausse car $\lim g(x)_{x\to-\infty} = \lim(0{,}25.e^x)_{x\to-\infty} = 0$.
C est fausse car $g(x) - f(-x)$ vaut $0{,}25.e^x + 4.x$ et n'est pas nulle pour tout réel x.
D est fausse car $g'(x) - f'(-x)$ vaut $0{,}25.e^x - 4$ et n'est pas nulle pour tout réel x.

Q9. On considère la fonction f définie sur l'intervalle I =]-2;2[par $f(x) = \frac{1+x}{2+x}$, (C) la courbe représentative de f et (D) la droite d'équation y = x , ainsi que la suite définie par $U_0 = -1$ et la relation de récurrence $U_{n+1} = \frac{1+Un}{2+Un}$.

A. L'équation $x^2 + x - 1 = 0$ a au moins une solution dans l'intervalle I.
B. La droite (D) et la courbe (C) ont au moins un point commun.
C. La suite (U_n) est majorée par 1.
D. La suite (U_n) est croissante.

Réponse : VVVF.
A est vraie puisque $x^2 + x - 1 = 0$ équivaut à $(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4} = 0$ ou $(x + \frac{1}{2})^2 - (\frac{\sqrt{5}}{2})^2 = 0$ ou encore
$(x + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}).\left(x + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right) = 0$ soit les racines $x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ et $x_2 = -(\frac{\sqrt{5}+1}{2})$. Or $\sqrt{5} = 2{,}25$
d'où $x_1 = 0{,}625$ et $x_2 = -1{,}625$, les deux appartiennent à I =]-2;2[.

Cherchons (C) ∩ (D), Si M(x, y) appartient à (C) et à (D) alors $\frac{1+x}{2+x}$ = x ou 1 + x = x.(2 + x) soit $x^2 + x - 1 = 0$, dont on a calculé les deux solutions donc B est vraie.

Puisque U_0= -1 et $U_{n+1} = \frac{1+Un}{2+Un}$, on en déduit U_1= 0, U_2= 0,5 et U_3=0,6 etc. Montrons que pour n > 0, $U_n > 0$. Cela est vrai pour n = 1,2, 3 comme calculé supra. Supposons ($U_n > 0$) alors $U_{n+1} > 0$ puisque valant $\frac{1+Un}{2+Un}$. On a démontré (P_n) : pour n > 0, $U_n > 0$.

Par récurrence on montre aussi que (U_n) est majorée par 1 ou pour tout n, $U_n < 1$. Cela est vrai pour n = 1,2, 3 comme calculé supra. Supposons $U_n < 1$, que dire de U_{n+1} ? On aura $\frac{1+Un}{2+Un} < \frac{1+1}{2+Un}$ ou $U_{n+1} < \frac{2}{2+Un}$, or pour n > 0, $U_n > 0$ donc $U_{n+1} < \frac{2}{2+Un} < 1$ et C est vraie.

La suite (U_n) est-elle croissante ? Calculons $U_{n+1} - U_n = d_n$ ou $d_n = \frac{1+Un}{2+Un} - U_n$ ou encore $d_n = \frac{-(Un^2+Un \quad +1)}{2+Un}$, quantité – ou + selon que U_n dans [0, 0,625] ou [0,625, 1] donc D est fausse.

Sous-test 3. Problème mathématique (1 QCM)

Q10. **Une société de sondage enquête sur la satisfaction d'utilisateurs d'une nouvelle machine à laver. Les enquêteurs font du porte à porte et disposent chacun d'une liste de 250 personnes. Les visites s'effectuent entre 11h et 13h (matin), puis entre 17h et 19h (soir). Lors du passage du matin, la probabilité pour que la personne sondée soit absente est de 0,4. Si celle-ci est présente, la probabilité pour qu'elle accepte de répondre au sondage est de 0,2. En cas de refus, le sondeur peut repasser à un même domicile au plus 2 fois. Au 2ème passage, la probabilité que la personne, si elle est présente, accepte de répondre est divisée par 2. Lors du passage du soir, les sondeurs ont 0,7 fois plus de chance de trouver quelqu'un au domicile, mais la probabilité pour que la personne réponde au sondage est la même que lors du passage du matin.**

A travail et ancienneté identiques, il apparait que les salariés N et N+1 n'ont pas été rémunérés de manière égale. La société de sondage est alors accusée d'avoir enfreint le code du travail. Elle risque de se voir condamnée à dédommager le salarié N+1 de 30 000 €, et à payer une amende de 20 000 €. La probabilité de la sanction est de 0.6. Mais la société peut aussi réussir à convaincre le salarié de retirer sa plainte, auquel cas elle perd 3/8 du montant de la sanction par année, et ce, pendant 3 ans et demi. La probabilité pour que cela arrive est de 0,2. On en déduit que :

A. 6/8 des personnes sondées sont déçues du produit.
B. Il y a au plus 214 personnes sondées qui ne sont pas déçues du produit.
C. Il y a au maximum 96 personnes sondées sont déçues du produit.
D. Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Réponses vraies : FFFV.

Dresser un arbre de probabilité, le nombre total de personnes est 250 + 250 = 500. Pour simplifier les calculs on prendra 3/5 = 60%, remarquez que 110/250 = 11/25 = 44/100 ou 44% et 200/250 = 20/25 = 4/5 ou 80%. Seuls les sondés peuvent se dire déçus ou non.

Pour le salarié N il y a 3/5 x 110 ou 66 déçus. Pour le salarié N+1, il y a 1/8 x 200 ou 25 déçus, au total il y a 66 + 25 soit 91 déçus soit 91/310 donc C et A sont fausses. Il y a 310 – 91 soit 219 non déçus donc B est fausse. Donc D est vraie.

- Fin -